

Estimation - Introduction

Aubin SIONVILLE

Télécom St Etienne 2024-2025

Définitions

N -échantillon aléatoire

N -échantillon aléatoire issu d'une v.a. X :
Ensemble $\{X_1, \dots, X_N\}$ de v.a. i.i.d.

Estimation

Estimation $\hat{\theta}$ de la "vraie valeur" θ^* :
 $\hat{\theta} = f(x_1, \dots, x_N)$ Exemple : $\hat{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$

Estimateur

Estimateur associé : la v.a.
 $\hat{\Theta} = f(X_1, \dots, X_N)$ Exemple : $\hat{\Theta} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n$

Exemple de grandeurs statistiques

Formules à (peut-être) ne pas apprendre par cœur

Plusieurs estimateurs possibles : lequel choisir ?

Moyenne

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

Moments centraux

$$\hat{\mu}_k^c = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (x_n - \hat{\mu})^k$$

Variance

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (x_n - \hat{\mu})^2$$

Skewness

$$\hat{\gamma}_1 = \left(\frac{\sqrt{N(N-1)}}{N-2} \right) \frac{\hat{\mu}_3^c}{(\hat{\mu}_2^c)^{3/2}}$$

Kurtosis

$$\hat{\gamma}_2 = \left(\frac{(N-1)(N+1)}{(N-2)(N-3)} \right) \frac{\hat{\mu}_4^c}{(\hat{\mu}_2^c)^2} - 3 \left(\frac{(N-1)^2}{(N-2)(N-3)} \right)$$

Autocorrélation

$$\hat{r}_{xx}[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n+k]$$
$$OU = \frac{1}{N-|k|} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n+k]$$

Densité spectrale de puissance

$$Per[\nu_k] = \frac{1}{N} |\text{TFD}[\nu_k]|^2$$
$$= \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi\nu_k n} \right|^2$$